

1 Základní typy rovnic a nerovnic

1.1 Lineární rovnice a nerovnice

Základní příklady

Příklad 1.1. Řešte rovnici $|2x + 3| - |x - 1| = -1$.

A	B	C	D	E
$x = -5$	$x \in \{-5, -3, -1\}$	$x = -1$	$x \in \{-3, -1\}$	Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 1.2. Řešte nerovnici $-4x < 20$.

A	B	C	D	E
$x \in (-\infty, 5)$	$x \in (-\infty, -5)$	$x \in (5, +\infty)$	$x \in (-5, +\infty)$	$x \in (-4, 20)$

Příklad 1.3. Řešte nerovnici $-3 \leq -x + 4 < 2$.

A	B	C	D	E
$x \in (2, 7)$	$x \in \langle 2, 7 \rangle$	$x \in \langle 1, 6 \rangle$	$x \in \langle -3, -2 \rangle$	$x \in (1, 6)$

Příklad 1.4. Určete počet celočíselných řešení nerovnice

$$(2 - x)^3 (x + 2)^2 (x - 3) \geq 0.$$

A	B	C	D	E
2	$\langle 2, 3 \rangle$	0	3	nekonečně mnoho

Příklad 1.5. Řešte nerovnici $|x - 5| < 8$.

A	B	C	D	E
$x \in (-\infty, -13) \cup (3, +\infty)$	$x \in (-\infty, 13)$	$x \in (-13, 3)$	$x \in (-3, 13)$	$x \in (-\infty, -3) \cup (13, +\infty)$

Příklad 1.6. Najděte nejmenší celé číslo, které je řešením nerovnice

$$|x - 1| + |x + 1| < 4.$$

A	B	C	D	E
-2	-1	1	2	neexistuje

Doplňující příklady

Příklad 1.7. Najděte součet řešení rovnice $|4x - 8| + |2 - x| = 4$.

A	B	C	D	E
2,8	1,2	1,6	4	3

Příklad 1.8. Nalezněte řešení rovnice $|2x - 1| - |2 - 3x| = 5$ a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

A	B	C	D	E
Rovnice má právě jedno řešení.	Rovnice má právě 2 různá řešení.	Rovnice má právě 3 různá řešení.	Rovnice nemá řešení.	Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 1.9. Najděte součet řešení rovnice $||1 - x| - |x + 3|| = |x + 1|$.

A	B	C	D	E
-1	-2	-3	-4	Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 1.10. Řešte nerovnici $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \leq 4$.

A	B	C	D	E
$x \in \langle 4, +\infty \rangle$	$x \in (-\infty, 4)$	$x \in \langle 24, +\infty \rangle$	$x \in (-\infty, 24)$	$x \in (-\infty; 24)$

Příklad 1.11. Najděte hodnotu parametru a , pro který všechna reálná čísla jsou řešení nerovnice $3x - 1 < ax + 5$.

A	B	C	D	E
3	1	5	0	6

Příklad 1.12. Kolik celočíselných řešení má nerovnice $-x - 5 < -3x < x - 1$?

A	B	C	D	E
0	1	2	3	více než 3

Příklad 1.13. Řešte nerovnici $(x - 3)(x + 5)(4 - x) \geq 0$.

A	B	C	D	E
$x \in (-\infty, -5) \cup \langle 3, 4 \rangle$	$x \in \langle -5, 3 \rangle \cup \langle 4, +\infty \rangle$	$x \in \langle -4, -3 \rangle \cup \langle 5, +\infty \rangle$	$x \in (-\infty, -4) \cup \langle -3, 5 \rangle$	$x \in (-\infty, 4)$

Příklad 1.14. Určete množinu řešení nerovnice $(x - 2)^2(x + 3) \leq 0$.

A	B	C	D	E
$(-\infty, -3) \cup \langle 2, +\infty \rangle$	$(-\infty, -3)$	$\langle -3, 2 \rangle$	$(-\infty, -3) \cup \{2\}$	$(-\infty, -2) \cup \{3\}$

Příklad 1.15. Řešte nerovnici $|3x| < x + 1$.

A	B	C	D	E
$x \in (-\infty, \frac{1}{2})$	$x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$	$x \in (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$	$x \in (-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{4})$	$x \in (\frac{1}{4}, +\infty)$

Příklad 1.16. Určete množinu řešení nerovnice $|x - 1| + 2x > 4$.

A	B	C	D	E
$(\frac{5}{3}, +\infty)$	$(3, +\infty)$	$(\frac{5}{3}, 3)$	$(1, \frac{5}{3}) \cup (3, +\infty)$	$(-3, 1) \cup (\frac{5}{3}, +\infty)$

Příklad 1.17. Řešte nerovnici $|x + 3| > |x - 2|$.

A	B	C	D	E
$x \in \mathbb{R}$	$x \in (-\infty, -3) \cup \langle 2, +\infty)$	$x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$	$x \in (-\frac{1}{2}, 2)$	$x \in (-\frac{1}{2}, +\infty)$

1.2 Kvadratické rovnice a nerovnice

Základní příklady

Příklad 1.18. Najděte všechny hodnoty parametru c , pro které rovnice $3x^2 - 2x + c = 0$ má alespoň jeden společný kořen s rovnicí $x^2 + x - 2 = 0$.

A	B	C	D	E
$-5; -1,6$	$8; 1$	$-16; -1$	$8; -1$	$5; 1,6$

Příklad 1.19. Řešte nerovnici $x^2 + 7x - 30 \geq 0$.

A	B	C	D	E
$x \in \langle -10, 3 \rangle$	$x \in (-\infty, -10) \cup \langle 3, +\infty)$	$x \in (-\infty, -3) \cup \langle 10, +\infty)$	$x \in \langle -3, 10 \rangle$	$x \in (-\infty, 3) \cup \langle 10, +\infty)$

Příklad 1.20. Řešte nerovnici $-x^2 + 3x + 10 > 0$.

A	B	C	D	E
$x \in (2, 5)$	$x \in (-\infty, -5) \cup (2, +\infty)$	$x \in (-5, 2)$	$x \in (-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$	$x \in (-2, 5)$

Příklad 1.21. Určete nejmenší řešení nerovnice $|x^2 - x + 1| \geq |x^2 - 3x + 4|$.

A	B	C	D	E
$x = \frac{1}{2}$	$x = 0$	$x = 2$	$x = \frac{3}{2}$	neexistuje

Doplňující příklady

Příklad 1.22. Určete hodnoty reálného parametru p tak, aby v rovnici $3x^2 - 24x + p = 0$ byl jeden kořen trojnásobkem druhého kořene, a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

A	B	C	D	E
Takových p je nekonečně mnoho.	$p = 108$	$p = 12$	Takový parametr p neexistuje.	Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 1.23. Určete hodnoty parametrů a, b, c tak, aby rovnost $(2a - 3x)(bx + 3) = 9x^2 + 2cx + 2$ platila pro každé reálné číslo x , a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

A	B	C	D	E
Existuje více trojic parametrů splňujících podmínky.	Součin všech parametrů je $\frac{11}{2}$.	$a = 3,$ $b = -3,$ $c = \frac{11}{2}.$	Takové hodnoty parametrů neexistují.	Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 1.24. Řešte nerovnici $(x - 1)^2 < 16$.

A	B	C	D	E
$x \in (-5, 3)$	$x \in (-4, 4)$	$x \in (-3, 5)$	$x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$	$x \in (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$

Příklad 1.25. Máme množiny $A = \{x \mid x^2 + 4x - 2 > 0\}$ a $B = \{x \mid |x + 1| \leq 3\}$. Sjednocením A a B je množina:

A	$A \cup B = (-\infty, -2 - \sqrt{6}) \cup (-4, +\infty)$
B	$A \cup B = (-2 + \sqrt{6}, 2)$
C	$A \cup B = (-2 - \sqrt{6}, -4)$
D	$A \cup B = \mathbb{R}$
E	Žádná z ostatních možností není správná.

1.3 Racionální lomené výrazy v rovnicích a nerovnicích

Základní příklady

Příklad 1.26. Řešte rovnici $6x + \frac{1}{x^2 - 9} = \frac{1}{x^2 - 9} + 18$.

A	B	C	D	E
\emptyset	$\{0\}$	$\{-3\}$	$\{-3, 3\}$	$\{3\}$

Příklad 1.27. Která z následujících nerovnic má jako řešení všechna reálná čísla?

A	B	C	D	E
$\frac{-x^2}{x^2 - 4} \leq 0$	$\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^2 \geq 0$	$\frac{x^2-4}{x^2-4} \geq 0$	$\frac{x^2+1}{x^2} \geq 0$	$\frac{-x^2}{x^2+4} \leq 0$

Příklad 1.28. Řešte nerovnici $\frac{3x+4}{x+1} \leq 2$.

A	B	C	D	E
$x \in \langle -\frac{4}{3}, -1 \rangle$	$x \in \langle -2, -1 \rangle$	$x \in \langle -2, -1 \rangle$	$x \in \langle -\frac{4}{3}, -1 \rangle$	$x \in (-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$

Příklad 1.29. Najděte nejmenší celočíselné řešení nerovnice $\frac{(\sqrt{x})^2 - 2 - x^2}{(x+9)(x^2+1)} \leq 0$.

A	B	C	D	E
-9	-8	0	9	1

Příklad 1.30. Určete množinu řešení nerovnice $\frac{(x-1)^2(x+7)(x+3)^3}{x^2+6x+9} \geq 0$.

A	B	C	D	E
$\langle -7, -3 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$	$(-\infty, -7) \cup (-3, +\infty)$	$\langle -7, -3 \rangle$	$(-\infty, 3) \cup \langle 7, +\infty \rangle$	$(3, 7)$

Doplňující příklady

Příklad 1.31. Řešte rovnici $\frac{3x+4}{x+1} = 2$.

A	B	C	D	E
$\{-1\}$	$\{-1, -\frac{4}{3}\}$	$\{-\frac{4}{3}\}$	$\{-2\}$	$\{2\}$

Příklad 1.32. Řešte rovnici $\frac{(x^2-9)(x^2-16)}{(x-3)(x+4)} = 0$.

A	B	C	D	E
$\{-4, -3, 3, 4\}$	$\{3, 4\}$	$\{-3, -4\}$	$\{-3, 4\}$	$\{-4, 3\}$

Příklad 1.33. Určete množinu řešení nerovnice $\frac{7}{|x|+5} < 1$.

A	B	C	D	E
\mathbb{R}	$(-2, 2)$	$(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$	$(-\infty, -5) \cup (2, +\infty)$	$(-5, 2)$

Příklad 1.34. Řešte nerovnici $\left| \frac{2x+1}{x-3} + 1 \right| \leq 1$.

A	B	C	D	E
$x \in \langle -\frac{1}{2}, 3 \rangle$	$x \in \langle -\frac{1}{2}, \frac{5}{4} \rangle \cup (3, +\infty)$	$x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$	$x \in \langle -\frac{1}{2}, 3 \rangle \cup (3, +\infty)$	$x \in \langle -\frac{1}{2}, \frac{5}{4} \rangle$

Příklad 1.35. Řešte nerovnici $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8} \leq 1$.

A	B	C	D	E
$x \in (-4, 3)$	$x \in (-3, 4)$	$x \in (-\infty, -4)$	$x \in (-4, +\infty)$	$x \in (-4, 2) \cup (2, +\infty)$

Příklad 1.36. Určete množinu řešení nerovnice $\frac{15 + 2x - x^2}{(x - 5)(a - x)} \leq 0$, pokud $-3 < a < 5$.

A	B	C	D	E
$\langle -3, a \rangle$	$\langle -3, a \rangle$	$(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$	$(-\infty, -3) \cup \langle 5, +\infty \rangle$	$(-\infty, -3) \cup (a, 5) \cup (5, +\infty)$